

# SAT preprocessing

Tomáš Čapka

# Obsah

- SAT preprocessory
- Výsledky SAT preprocesorů
- Hledání symetrií

# 3-rezoluce

- k-rezoluce obecně:
  - Rezoluce s podmínkou, že klauzule mají délku nejvýše k
  - 2- a 3-rezoluce jsou nejčastějším případem
- Používáno úspěšně v řešičích:
  - Satz
  - R+AdaptNovelty+

# 2-SIMPLIFY

- Konstrukce grafu implikací z klauzulí délky 2
- Pokud existuje řetězec implikací z literálu  $X$  do  $\neg X$ , pak lze  $\neg X$  odvodit jako jednotku
- Tuto pak lze propagovat
- Vhodné na velkou škálu problémů
  - Silně souvislé komponenty

# HyPre

- Opět pracuje s klauzulemi délky 2, ale zahrnuje hyper-rezoluci
- Pro získání více binárních klauzulí se redukují jednotky a stejné klauzule inkrementálně
- Časově náročné, ale prostorově nenáročné, nepočítá se uzávěr
- Použito v řešiči: 2CLS+EQ
- Vhodný pro odhalování struktury implikací v rozsáhlých problémech

# NiVER

- Variable Elimination by Resolution (VER):
  - Všechny rezoluce na vybrané proměnné
  - Smazání všech klauzulí obsahujících tuto proměnnou, ponechání pouze rezolvent
  - Kompletní rozhodnutí SAT, exponenciální v prostoru
- NiVER:
  - Eliminace proměnných omezena pouze na případ, kdy se eliminací nezvýší počet literálů

# SatELite

- Rozšiřuje NiVER o eliminaci proměnných substitucí
  - Nalezení definic
- SatELite a MiniSat jsou základem pro SatELiteGTI

# Shatter

- Eliminace symetrií
- Odstranění symetrií přidává další klauzule, ale ořezává prohledávaný prostor
- U splnitelných problémů odstraňuje některá jejich řešení



# Výsledky SAT preprocesorů

- Jak zvolit preprocesor závisí na konkrétní úloze a řešiči
- Zvolený preprocesor může řešiči výrazně ulehčit, ale může i přitížit
- Pořadí preprocesorů může mít významný vliv
- Preprocesory raději oddělit do řešičů
- Prostor pro výzkum

# Hledání symetrií

- Symetrie obecně:
  - Transformace zachovávající vlastnosti objektu
- Symetrie grafu:
  - Permutace vrcholů zachovávající hrany
- Symetrie formule:
  - Permutace proměnných zachovávající klauzule
- Symetrie formule hledáme pomocí symetrie grafu

# Použití symetrií při řešení SAT

- Z CNF je vytvořen graf, na němž jsou následně hledány symetrie pomocí grupy automorfismů
- Symetrie grafu jsou převedeny na symetrie CNF
- Vytvoří se „symmetry-breaking“ predikát (SBP), který se připojí k původní CNF (preprocessing)
- Změněná formule v CNF je řešena obecným řešičem

# Požadavky na SBP

- Pokud je původní formule splnitelná, musí být splnitelná i s SBP
- Cílem je, aby při různých symetrických splňujících ohodnoceních byla SBP splněna právě jedním z nich
- Pokud jich splňuje více, pak je to částečná SBP

# Konstrukce SBP

- Formule v CNF je převedena na graf
- Množina vrcholů grafu bude tvořena jednotlivými klauzulemi a literály
- Množina hran pak obsahuje:
  - Hrany mezi klauzulí a jejími literály
  - Hrany mezi literály a jejich negacemi
- Nalezneme grupu automorfismů grafu
  - Např. pomocí algoritmu NAUTY

# Konstrukce SBP

- Vybereme lexikograficky nejmenší přiřazení z každé třídy ekvivalence
  - Pro každou symetrii se konstruuje predikát pro permutaci
  - Požadujeme aby každý obraz byl lexikograficky větší
- Nevýhoda: konjunkce přes všechny symetrie

# Literatura

- Anbulagan, Slaney, J.: Multiple Preprocessing for Systematic SAT Solvers
- Aloul, F., Markov, I., Sakallah, K.: Symmetry-breaking for SAT: The Mysteries of Logic Minimization
- Eén, N., Biere, A.: Effective Preprocessing in SAT through Variable and Clause Elimination
- Ghosh, A.: Speeding up SAT solver by exploring CNF symmetries