

1. Je dána setříděná posloupnost N přirozených čísel (například: 5, 20, 27, 35, 60, 66, 91). Navrhněte algoritmus, který dostane jako vstup přirozené číslo n (například: 26) a zmiňovanou posloupnost a jehož úkolem bude rozhodnout, zda se zadané přirozené číslo nachází v zadané posloupnosti (v uvedeném příkladě bude odpověď algoritmu ne). Algoritmus může provádět operace porovnání a v každém kroku se „může podívat“ na jedno číslo na libovolné pozici v posloupnosti. Snažte se minimalizovat počet kroků algoritmu.

(5 bodů)

2. Algoritmus z úlohy 1 realizujte jako program v Pascalu.

(5 bodů)

3. Napište program v Pascalu, jehož vstupem bude posloupnost přirozených čísel (nyní nesetříděná) a jehož úkolem bude nalézt třetí největší číslo v zadané posloupnosti (například pro posloupnost 5, 20, 60, 35, 66, 27, 91 bude odpověď programu 60). Snažte se minimalizovat počet kroků programu.

(10 bodů)

4. Pokuste se zkonstruovat funkci $f : N \longrightarrow N$, pro kterou platí:

- (a) $f \in O(n^2)$ a zároveň $f \notin O(n)$
- (b) $f \notin O(n \log_2 n)$ a zároveň $f \in O(n \ln n)$
- (c) $f \notin O(n!)$ a zároveň $f \in O(n^n)$

Zdůvodněte, proč zkonstruovaná funkce f splňuje uvedené podmínky.

(6 bodů)

5* (nepovinná/prémiová). Napište program v Pascalu, který řeší úlohu hanojské věže. Hra hanojské věže vypadá, tak že na třech kolících jsou navlečeny různé velké disky, přičemž vždy musí platit, že menší disk je na kolíku navlečen nad větším diskem. Na začátku hry jsou všechny disky navlečeny na prvním kolíku (největší disk úplně dole, nejmenší nahoře). Úkolem je přemístit všechny disky na jiný kolík, přičemž v jednom tahu je možno přemístit jen jeden disk (nějaký vrchní) a musí být vždy splněna podmínka na velikosti disků („menší nad větším“). Vstupem algoritmu bude přirozené číslo n udávající počet disků na prvním kolíku. Výstupem algoritmu bude posloupnost tahů (například: 1--->2, 1---->3, atd..., což bude znamenat přemístění vrchního disku z prvního kolíku na druhý kolík, vrchního disku z prvního kolíku na třetí kolík atd...). Návod: použijte rekursi.

(15 bodů)