

Cvičení Programování I

Cvičící: **Pavel Surynek, KTIML,**
pavel.surynek@seznam.cz
Semestr: **Zima 2005/2006**
Kroužek: **Matematika/59**
Rozvrh: **Pátek 10:40-12:10 (učebna K2)**

Stručné poznámky ke cvičení ze 7.10.2005

1. Organizační záležitosti. Pro získání zápočtu je nutno splnit podmínky stanovené přednášejícím (viz. internetové stránky přednášejícího k předmětu Programování I pro matematiky), tj. *aktivně* se účastnit cvičení, vytvořit zápočtový program a složit praktický test. Z toho první dva body spadají do cvičení, praktický test v rámci cvičení organizován *není*. Zápočtový program bude na cvičení zadán v dostatečném časovém předstihu.

Jakékoli **dotazy** ke cvičení lze posílat na uvedenou e-mailovou adresu. Osobní konzultace ke cvičení lze dohodnout e-mailem (alespoň den předem).

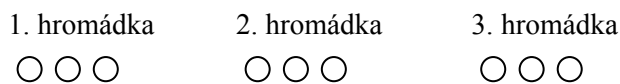
2. Úloha o převážení zvířátek. Přes řeku z jednoho břehu na druhý musí *pastevec* na voru bezpečně přepravit *vlka, kozu a zelí*. Pod dohledem pastevece se zvířátka navzájem nežerou. Když na ně ale pastevec nedohlží, tak vlk sežere kozu, pokud jsou na stejném břehu, resp. koza sežere zelí. Vor uveze s pastevcem (ten musí vor řídit) nejvýše jedno zvířátko.

Řešení.	levý břeh: pastevec, vlk, koza, zelí	pravý břeh: ----
1.krok: pastevec převezve kozu na pravý břeh	levý břeh: vlk, zelí	pravý břeh: pastevec, koza
2.krok: pastevec se vrátí levý břeh	levý břeh: pastevec, vlk, zelí	pravý břeh: koza
3.krok: pastevec převezve vlka na pravý břeh	levý břeh: zelí	pravý břeh: pastevec, vlk, koza
4.krok: pastevec převezve kozu na levý břeh	levý břeh: pastevec, koza, zelí	pravý břeh: vlk
5.krok: pastevec převezve zelí na pravý břeh	levý břeh: koza	pravý břeh: pastevec, vlk, zelí
6.krok: pastevec se vrátí na levý břeh	levý břeh: pastevec, koza	pravý břeh: vlk, zelí
7.krok: pastevec převezve kozu na pravý břeh	levý břeh: ----	pravý břeh: pastevec, vlk, koza, zelí

3. Úloha o vážení kuliček (lehká varianta). Je dáno 9 na pohled stejných kuliček. Jedna z kuliček je těžší než ostatní, zbylých 8 kuliček má stejnou hmotnost. Určete pomocí rovnoramenných vah těžší kuličku. Představte si, že se za použití vah platí, snažte se tedy minimalizovat počet vážení. O nalezeném řešení dokažte, že je nejlepší možné, čímž se přesvědčíte, že skutečně používáte minimální počet vážení.

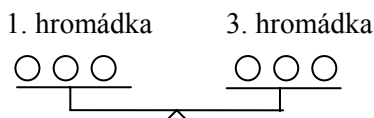
Řešení. Identifikovat těžší kuličku lze na dvě vážení.

1) Kuličky rozdělíme na tři hromádky po třech kuličkách.



2) Vybereme libovolné dvě hromádky a ty zvážíme (jedna hromádka na levou misku vah, druhá na pravou). Bez újmy na obecnosti, necht' je to 1. a 3. hromádka.

3) Provedeme **první** vážení.



4) Dostáváme tři možné výsledky.

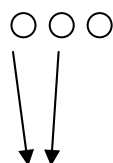
Levá miska těžší → hledaná kulička je v 1. hromádce.

Misky jsou stejně těžké → hledaná kulička je ve 2. hromádce.

Pravá miska těžší → hledaná kulička je ve 3. hromádce.

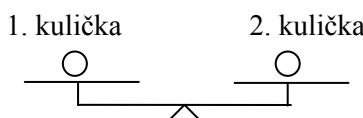
5) V každém případě se po prvním vážení dozvíme, ve které ze tří hromádek je těžší kulička. Bez újmy na obecnosti, necht' je to druhá hromádka.

2. hromádka



6) Vybereme libovolné dvě kuličky z 2. hromádky (jedna kulička na levou misku vah, druhá na pravou). Bez újmy na obecnosti, necht' je to 1. a 2. kulička z 2. hromádky.

7) Provedeme **druhé** vážení.



8) Dostáváme tři možné výsledky.

Levá miska těžší → hledaná kulička je 1. z 2. hromádky.

Misky jsou stejně těžké → hledaná kulička je 3. z 2. hromádky.

Pravá miska těžší → hledaná kulička je 2. z 2. hromádky.

9) V každém případě se po druhém vážení dozvíme, která kulička je hledaná těžší.

Každé použití rovnoramenných vah dává 3 různé výsledky. Jinými slovy, každé použití vah rozliší tři různé situace. Pomocí 2 vážení lze rozlišit mezi $3^2 = 9$ různými situacemi (viz. stromové schéma na obrázku - kdyby bylo nakreslené úplně celé, ve spodní hladině

by se nacházelo 9 možností). Obecně pomocí n vážení lze rozlišit mezi 3^n různými situacemi. Ke splnění úkolu je nutné umět rozlišovat mezi 9 různými situacemi, protože každá z 9 kuliček může být tou těžší. Je tedy potřeba minimálně dvou vážení.

4. Úloha o vážení kuliček (těžší varianta). Je dáno 12 na pohled stejných kuliček. Jedna z kuliček má jinou hmotnost než ostatní, nevíme ale, jestli je těžší nebo lehčí. Zbylých 8 kuliček má stejnou hmotnost. Určete pomocí rovnoramenných vah kuličku s odlišnou hmotností. Opět si představte, že se za použití vah platí, snažte se tedy minimalizovat počet vážení. Pokuste se určit minimální počet použití vah bez toho, abyste úlohu řešili (použijte podobnou úvahu jako v minulé úloze).

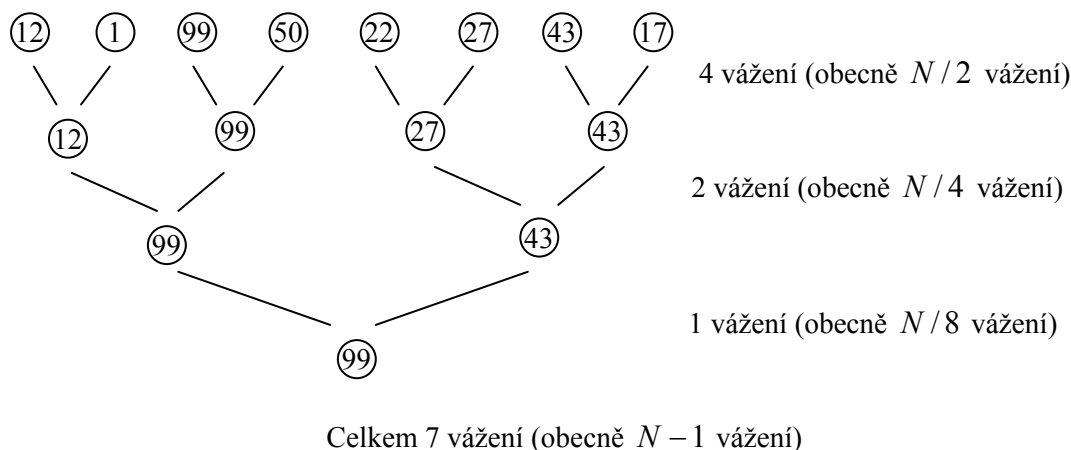
Řešení. Řešení je prozatím tajné. Úloha byla zadána jako **domácí cvičení**.

4. Úloha o hledání nejtěžších kuliček. Je dáno N na pohled stejných kuliček. Každá z kuliček má jinou hmotnost. Najděte pomocí rovnoramenných vah nejtěžší kuličku. Najděte pomocí rovnoramenných vah druhou nejtěžší kuličku. Snažte se minimalizovat počet vážení.

Řešení. Hledání **nejtěžší** kuličky: vezmeme první kuličku, zvažíme ji s další kuličkou. Vítěznou kuličku si ponecháme a vážíme ji s další kuličkou. Vítěznou kuličku si opět ponecháme. Atd. Při posledním vážení je vítězná kulička nejtěžší. Při tomto postupu je použito $N - 1$ vážení.

Hledání **druhé nejtěžší** kuličky: lze použít předchozí postup s tím, že nejprve dáme nejtěžší kuličku stranou a dále s ní nepracujeme. Pokud již víme, která kulička je nejtěžší, pak tento postup spotřebuje $N - 2$ vážení. Pokud to nevíme, celý postup zabere $N - 1 + N - 2 = 2N - 3$.

Lze to ale **udělat lépe** (pomocí méně vážení). Použijeme stromové schéma (čísla v kroužku reprezentují hmotnosti kuliček).



Pro nalezení nejtěžší kuličky nám toto schéma oproti předchozímu postupu příliš nepomůže. Počet vážení je v obou případech stejný. Užitečnost schématu se projeví až při hledání druhé nejtěžší kuličky. Odstraníme ze schématu nejtěžší kuličku. Jak postupovat dál bylo ponecháno jako **domácí cvičení**.

5. Úloha o sudu se sklenicemi. V sudu jsou schovány 4 sklenice. Ve víku na sudu jsou 4 otvory, každá ze sklenic je pod jedním z otvorů. Sklenice může být otočená dnem dolů nebo dnem vzhůru. Vaším úkolem je otočit sklenice tak, aby byly všechny orientovány stejně, tj. všechny dnem dolů nebo všechny dnem vzhůru. Podaří-li se to sud to nějakým způsobem signalizuje. Samozřejmě tu máme nějaká omezení: do sudu můžeme sáhnout jen oběma rukama najednou, každou rukou do jednoho otvoru ve

víku. Po hmatu je možné poznat, jak jsou sklenice orientovány. Podle toho můžeme otočit obě, jednu nebo žádnou sklenici. Potom se ale sud zatočí a zcela náhodně se zastaví a pokračujeme dalším tahem.

Řešení.

